GT 35: Inferencia inductiva

La apuesta de Pascal

Silvia Lecueder

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Udelar

silvia.lecueder@gmail.com

Índice

La apuesta de Pascal....1

1 Introducción....1

2 Antes de Pascal....2

3 Teoría de las decisiones....2

4 Análisis lógico de los argumentos....2

4-1. El argumento desde la superdominancia....2

4-2. El argumento desde la expectativa....3

4-3 El argumento de las expectativas generalizadas....3

5 El problema de la voluntad....4

6 Sobre el número y la naturaleza de los dioses....5

7 El problema moral....6

8 Objeciones a la Apuesta de Pascal....6

8-1. Premisa 1: El esquema de decisiones....6

8-2. Premisa 2: La probabilidad asignada a la existencia de Dios....7

8-3. Premisa 3: La racionalidad requiere maximizar las utilidades esperadas. La paradoja de San Petersburgo....7

8-4 ¿Es válido el argumento?....8

9 Bibliografía....8

1 Introducción

Fue la primera aparición en la lotería de elementos no pecuniarios.
J.L.Borges

«Dios, o es, o no es.», escribe Pascal y nos desafía: «¿Qué os apostáis?». Para el filósofo no hay lugar a una tercera posición, ni al agnosticismo, ni a la renuncia a tomar partido. «Hay que apostar; esto no es voluntario; estáis embarcados.»

Blas Pascal formuló así un argumento conocido como «La apuesta de Pascal».[1] Si bien presenta muchos flancos controvertibles, tiene la virtud de reunir la extraordinaria confluencia de varias líneas de pensamiento filosófico: la existencia de Dios, el pragmatismo, el voluntarismo, la justificación matemática del teísmo, el concepto de infinito, la teoría de la probabilidad y, muy especialmente, una teoría de las decisiones, la primera que se ha usado en la historia según sostiene Hacking.

Otra cosa destacable en la Apuesta es su actualidad, su vigencia: En la revista inglesa Analysis hay varios artículos desdicados a la apuesta entre 2011 y 2012, en especial una polémica entre Robertson y Monton sobre las estrategias mixtas. También la revista norteamericana *Philosophical Review* se ha ocupado del tema en esta década.

En un mismo párrafo de sus *Pensées*, Pascal presenta al menos tres argumentos, cada uno de los cuales puede ser llamado una «apuesta». Este párrafo es el 233, y su título es «infinito-nada»[2]

2 Antes de Pascal

Por inverosímil que sea, nadie había ensayado hasta entonces una teoría general de los juegos. El babilonio no es especulativo. Acata los dictámenes del azar, les entrega su vida, su esperanza, su terror pánico, pero no se le ocurre investigar sus leyes laberínticas. J.L.Borges

Blas Pascal (1623-1662) formó parte de una brillante generación de filósofos y matemáticos franceses del siglo XVII. Era, además, un hombre profundamente cristiano.

Como justificación del teísmo, la apuesta es muy distinta de las «pruebas» de la existencia de Dios anteriores a él: El argumento ontológico de Anselmo, las cinco vías de Aquino, los argumentos ontológico y cosmológico de Descartes no parecen impresionar demasiado a Pascal, ya que son «para convencerse uno mismo, no para aumentar las pruebas de la existencia de Dios». Pascal concede que «Nosotros no sabemos si Él existe». Su proyecto es enteramente diferente: busca razones prudentes para creer en Dios. Para decirlo crudamente, debemos apostar por Dios *porque es la mejor apuesta*.

En su *Ensayo Filosófico*, Laplace hace un recuento histórico sobre sus predecesores en la teoría de la probabilidad y su historia comienza con la correspondencia entre Pascal y Fermat sobre el

1 En adelante me referiré a este argumento simplemente como «la Apuesta».
2 En algunas ediciones la numeración puede ser diferente o estar ausente.

problema de los partidos. En estas cartas, ambos realizan un estudio sistemático de la «geometría del azar». Escribe Pascal: «En adelante, estos sucesos hasta ahora rebeldes a la experiencia no pueden ya escapar al imperio de la razón».

Sin embargo, se podría mencionar la previa preocupación de Cardano por el tema: Cardano Gerdamo (1501-1576) fue un médico, matemático y astrólogo. Predijo que Eduardo VI de Inglaterra tendría una larga vida. El rey murió de 16 años, el año siguiente del horóscopo. Este y otros fracasos lo llevaron a emprender el estudio sistemático del juego, y publicó una obra sobre el cálculo de probabilidades, por lo que es considerado como un antecesor del tema. Predijo su muerte para tres días antes de cumplir 75 años. Llegado el plazo, dejó de comer y murió.

3 Teoría de las decisiones

Antes de entrar al análisis de la Apuesta, haré unas breves consideraciones sobre la teoría de las decisiones:

En cualquier problema de decisión, la forma en que el mundo es y lo que el agente hace, determina un resultado para el agente. Podemos asignar utilidades a estos resultados, números que representan el grado con el cual el agente los evalúa. Es típico representar estos números en un esquema de decisión, en la que las columnas corresponden a los variados estados relevantes del mundo y las filas corresponden a las posibles acciones que el agente realiza.

En las *decisiones bajo incertidumbre*, nada más nos está dado ---en particular el agente no asigna probabilidades subjetivas a los estados del mundo. Sin embargo, a veces la racionalidad dicta una única decisión. Considérese, por ejemplo, un caso que será particularmente relevante aquí: Suponga que tiene solamente dos acciones posibles, A1 y A2, y que el peor resultado asociado con A1 es al menos tan bueno como el mejor resultado asociado con A2; suponga también que al menos en un estado del mundo, el resultado de A1 es estrictamente mejor que el de A2. Digamos que en ese caso A1 superdomina a A2. Por lo tanto, la racionalidad parece requerir que se tome la acción A1.

En las *decisiones bajo riesgo*, el agente asigna probabilidades subjetivas a los variados estados del mundo, Asume que los estados del mundo son independientes de lo que el agente hace. Una figura llamada *utilidad esperada* o *expectativa* de una determinada acción puede calcularse por una simple fórmula: para cada estado, se multiplica la utilidad que la acción produce por el estado de esta probabilidad; y se suman estos números. Según la teoría de la decisión, la racionalidad requiere que se realice la acción con máxima utilidad esperada, si existe alguna.

Aunque esta teoría juega un rol crucial en los argumentos de Pascal hay que admitir que existen muchos problemas para la exégesis de estos argumentos. Pascal nunca terminó sus Pensées, más bien dejó varias notas juntas. Hacking describe la nota «Infinito-nada» como «dos hojas de papel escritas en distintas direcciones, llenas de borradas, inserciones, correcciones y

comentarios posteriores». Por otra parte, la formulación de los argumentos en la moderna teoría bayesiana puede parecer anacrónica. Por ejemplo: Pascal no distingue entre lo que llamaríamos hoy probabilidad objetiva y probabilidad subjetiva, aunque claramente es la subjetiva la relevante en sus argumentos.

4 Análisis lógico de los argumentos

Para mi presentación voy a seguir el texto de Pascal y el análisis lógico que hace Hájek en 2012:

En *Infinito-nada* trataré de localizar tres argumentos en los que cada uno concluye que la racionalidad requiere que se apueste por Dios. De los tres argumentos el principal es el tercero, al que podríamos llamar propiamente la Apuesta.

4-1. El argumento desde la superdominancia

Pascal sostiene que somos incapaces de saber si Dios existe o no, sin embargo debemos «apostar» una cosa o la otra. La razón no puede establecer hacia cuál inclinarnos, pero una consideración de las consecuencias sí podría:

> Dios, o es, o no es. ¿Hacia qué lado nos inclinaremos? La razón no puede determinarlo: hay un caos infinito que nos separa. En la extremidad de esta distancia infinita se está jugando un juego en el que saldrá cara o cruz. ¿Qué os apostáis? Por razón no podéis hacer ni lo uno ni lo otro; por razón no podéis impedir ninguno de los dos. (…) Puesto que hay que elegir, veamos qué es lo que nos interesa menos. Tenéis dos cosas que perder: la verdad y el bien, y dos cosas que comprometer: vuestra razón y vuestra voluntad, vuestro conocimiento y vuestra felicidad; y vuestra naturaleza tiene dos cosas de que huir: el error y la miseria. Vuestra razón no queda más herida al elegir lo uno que lo otro, puesto que, necesariamente, hay que elegir. He aquí un punto resuelto. Pero ¿vuestra felicidad? Pesemos la ganancia y la pérdida, tomando como cruz que Dios existe. Estimemos estos dos casos: si ganáis, ganáis todo; si perdéis, no perdéis nada. Optad, pues, sin vacilar, porque Dios exista.

Hay problemas exegéticos aquí, porque Pascal parece contradecirse. Habla de «la verdad» como algo que se puede «perder», y «error» como algo «a evitar». Sin embargo, proclama que si se pierde la apuesta a favor de que Dios existe, «no se pierde nada». Seguramente en ese caso «se pierde la verdad», que es lo mismo que decir que se cometió un error. Pascal cree, por supuesto, que la existencia de Dios es «la verdad», pero eso no es algo a lo que pueda apelar en este argumento.

El argumento de Pascal puede capturarse presentando el siguiente cuadro de decisión:

	Dios existe	***Dios no existe***

Apuesta por Dios	Gana todo	Status quo
Apuesta contra Dios	Pierde todo	Status quo

Apostar por Dios es superdominante respecto a apostar contra Dios: el peor resultado de apostar por Dios es por lo menos tan bueno como el mejor resultado de apostar contra Dios; y si Dios existe, el resultado de apostar por Dios es mejor que el de apostar contra Dios (El hecho de que sea *mucho* mejor no importa para el argumento). Pascal concluye que la racionalidad requiere apostar por Dios.

Sin ninguna asunción sobre la asignación de probabilidad a la existencia de Dios, el argumento es inválido. La racionalidad *no* requiere apostar por Dios si se asigna probabilidad 0 a la existencia de Dios. Y Pascal no explicita esta posibilidad hasta un pasaje posterior, cuando asume probabilidad positiva a la existencia de Dios; sin embargo este argumento es presentado como auto contenido. Su reclamo de que «la razón no puede decidir nada aquí» puede sugerir que Pascal contempla esto como una decisión bajo incertidumbre, lo cual asume que no se asigna probabilidad de ningún tamaño a la existencia de Dios.

Pascal parece prevenir una posible objeción, porque inmediatamente imagina a un oponente diciendo: «Esto es admirable. Sí, debo comprometer; pero quizás comprometo demasiado» El pensamiento parece ser que si apuesto por Dios, y Dios no existe, entonces sí pierdo algo. El propio Pascal habla de dejar algo cuando uno apuesta por Dios, lo cual presumiblemente uno pierde si Dios no existe. «La verdad» puede ser una de esas cosas; Pascal también refiere la vida placentera como otra. En otras palabras, no corresponde presentar los dos resultados bajo «Dios no existe» como si fueran lo mismo, y no tenemos un caso de superdominancia después de todo.

4-2. El argumento desde la expectativa

Continúa Pascal:

> Veamos. Puesto que hay el mismo riesgo de ganancia y de pérdida, si no tuvierais sino que ganar dos vidas por una, podríais todavía comprometer algo; pero si hubiera tres que ganar, haría falta jugar (puesto que estáis en la necesidad de jugar) y seríais imprudentes si, estando forzados a jugar, no aventurarais vuestra vida para ganar tres en un juego en que hay igual azar de pérdida o de ganancia. Pero hay una eternidad de vida y de felicidad.

Esta segunda forma es la más débil de todas. Desde que apostar por Dios es racionalmente requerido incluso en el hipotético caso en el que uno de los precios sea tres vidas, entonces todo lo mayor es racionalmente requerido en este caso, en el cual uno de los premios es la *vida eterna*. ¡Nada menos!

Entonces Pascal ha hecho dos asunciones impactantes:

1. La probabilidad de la existencia de Dios es 1/2.
2. Apostar por Dios nos trae un premio *infinito* si Dios existe.

Hacking encuentra a 1 «una premisa monstruosa». Una forma de defenderla es vía la interpretación clásica de la probabilidad, según la cual todas las posibilidades tienen igual peso. La interpretación lleva a resultados implausibles, incluso contradictorios, por ejemplo: Tengo una posibilidad en un millón de ganar la lotería; pero o bien gano la lotería o bien no la gano, ¡Entonces cada una de estas posibilidades tiene probabilidad ½! El argumento de Pascal para la premisa 1 es presuntamente que «la razón no decide nada aquí». Pero no queda claro que la completa ignorancia deba ser modelada como fuerte indiferencia. De todos modos, Pascal se da cuenta de que el valor ½ no tiene un rol real en el argumento. Esto lleva al tercer argumento.

4-3 El argumento de las expectativas generalizadas

Seguimos la cita:

> Pero hay una eternidad de vida y de felicidad. Y siendo así, aun cuando hubiera una infinidad de casualidades, de las cuales una sola pudiera ser la vuestra, tendríais todavía razón en comprometer una para tener dos, y obraríais insensatamente si, obligados a jugar, rehusarais jugar una vida contra tres en un juego en el que, entre infinitas casualidades, hay para vosotros una, si hay una infinidad de vida infinitamente feliz que ganar. Y aquí hay una infinidad de vida feliz que ganar, un azar de ganancia contra un número finito de pérdida, y lo que hagáis es finito. Esto decide toda la partida: dondequiera intervenga el infinito, y en que no haya infinidad de posibilidades de pérdida contra la de ganancia, no hay vacilación posible. Hay que darlo todo.

Según este pasaje, no sería tonto «apostar una vida contra tres en un juego en el cual entre infinitas chances hay una a favor». En realidad, no se debería apostar más que una cantidad infinitesimal en ese caso (una cantidad mayor que 0, pero menor que cualquier número real positivo). El punto, más bien, es que el premio prospectivo es «una vida infinita e infinitamente feliz». En suma, si Dios existe, entonces apostar por Dios resulta en una utilidad infinita.

¿Qué hay de las utilidades de los otros resultados posibles? Existe debate sobre la utilidad de «perder todo». Hacking interpreta esto como «condenación», y Pascal de hecho habla de «infierno» más tarde para este caso. Otros autores asignan esto a *infinito negativo*.

En cuanto a las utilidades asociadas a la no existencia de Dios, Pascal nos dice que «lo que usted apuesta es finito». Cualquier valor que se asigne, es finito.

Para Pascal el argumento de la expectativa va igualmente bien cualquiera sea la probabilidad de la existencia de Dios, con tal de que no sea cero y sea finita, «una chance de ganar contra un número finito de chances de perder».

Hájek plantea la Apuesta como teniendo tres premisas y dos conclusiones:

Premisas:

1. O bien Dios existe o bien Dios no existe, y usted puede apostar por Dios o contra Dios. Las utilidades de los posibles resultados relevantes son así: sean f_1, f_2, y f_3 números cuyos valores no están especificados, salvo el requerimiento de que sean finitos:

	Dios existe	***Dios no existe***
Apuesta por Dios	∞	f_1
Apuesta contra Dios	f_2	f_3

2. La racionalidad requiere que la probabilidad que usted asigne a la existencia de Dios sea positiva, y no infinitesimal.
3. La racionalidad requiere que usted realice el acto de la máxima utilidad esperada (si existe alguno)

Conclusiones:

1. La racionalidad requiere que usted apueste por Dios.
2. Usted debe apostar por Dios.

La primera conclusión parece seguir directamente el cálculo usual de utilidades esperadas (donde p es su probabilidad positiva y no infinitesimal de la existencia de Dios.)

E (apuesta por Dios) = $\infty \times p + f_1 \times (1 - p) = \infty$

Esto es, su utilidad esperada de creer en Dios es infinita, o como lo dice Pascal «Su proposición es de una fuerza infinita». Por otro lado, su utilidad esperada de apostar contra Dios es:

E (apuesta contra Dios) = $f_2 \times p + f_3 \times (1 - p)$

Esto da un resultado finito. Por premisa 3, la racionalidad requiere que usted actúe según la máxima utilidad esperada. Por lo tanto, la racionalidad requiere que usted apueste por Dios.

5 El problema de la voluntad

Aun aceptando que la racionalidad indica que hay que apostar por Dios, la racionalidad no puede requerir lo imposible. Pascal imagina un interlocutor que le dice:

> Se me fuerza a apostar, no se me deja en libertad; no se me deja, y estoy hecho de tal manera, que no puedo creer. ¿Qué queréis que haga?

A lo que Pascal responde que lo logrará siguiendo el camino de los que ahora creen, tomando agua bendita, yendo a misa, haciendo todo como si creyera. Pero sobre todo disminuyendo las pasiones, que son los grandes obstáculos para creer en Dios. Estos dos consejos: actuar como creyentes y frenar las pasiones son actos que podrían, según Pascal, realizarse a voluntad.

Es, sin embargo, bastante cuestionable la psicología de la formación de la creencia que Pascal presupone, ya que uno puede esforzarse en creer (siguiendo las prescripciones de Pascal) y sin embargo fallar. A esto, un seguidor de Pascal puede responder que el esfuerzo genuino es en sí mismo una manera de creer. Pero es ir más allá del argumento.

Por otra parte, la decisión de apostar por o contra Dios se hace en un tiempo, digamos, *t*. Pero por supuesto que Pascal no piensa que usted será recompensado infinitamente por apostar por Dios momentáneamente y luego apostar contra Dios, tampoco que usted será recompensado por apostar por Dios esporádicamente —sólo los domingos, por ejemplo. Lo que Pascal entiende por «apostar por Dios» es una acción continuada, desde el despertar de la racionalidad hasta la muerte, que incluye adoptar cierto conjunto de prácticas y vivir el tipo de vida que fomenta la creencia en Dios. El problema de decisión para usted en *t*, entonces, es si usted va a embarcarse en ese curso de acción; fallar en esto es apostar contra Dios en *t*.

6 Sobre el número y la naturaleza de los dioses

Creo que la objeción de los muchos dioses que tantos autores han interpuesto no tiene demasiada trascendencia, porque aunque conocía la existencia de otras religiones, resulta obvio que Pascal se está refiriendo al dios de sus padres.

Es cierto que en tanto argumento, la Apuesta podría aplicarse a cualquier religión, incluso a las politeístas (Cualquier dios o conjunto de dioses podría recompensar o castigar infinitamente a quienes apostaran o no por ellos). Sin embargo, la Apuesta no funciona si la manera de castigar y premiar de Dios es diferente de la descrita por Pascal, es decir, si por ejemplo Dios otorga una infinita recompensa a los Elegidos, no importa lo que hagan, y una utilidad finita para el resto.

Pero no es así. Pascal está pensando en el de la Biblia, tanto el del Antiguo Testamento como el de los evangelios y en lo que allí se anuncia.

En el Deuteronomio, el último libro de Moisés, se describen con lujo de detalles las fabulosas recompensas[3] que les serán concedidas a los hijos de Israel que sigan la Ley, como los horrendos castigos[4] que recibirán en caso de violarla.

---

3 Dt 28:1,14

4 Dt 28:15,68

También el Nuevo Testamento anuncia utilidades en el sentido en que Pascal refiere, el cielo para los que creen:

> Gozaos y alegraos, porque vuestra recompensa es grande en los cielos[5]

Y el fuego que nunca se apaga para los que no sigan a Cristo:

> ¡Ay de vosotros, escribas y fariseos, hipócritas!, porque cerráis el reino de los cielos delante de los hombres, pues ni entráis vosotros, ni dejáis entrar a los que están entrando.[6] ¡Serpientes, generación de víboras!, ¿cómo escaparéis de la condenación del infierno? [7]

El Dios de Abraham, vengativo y directo en sus premios y castigos, castiga las acciones, mientras que el Dios cristiano es más *psicológico* y tiene en cuenta, no solamente los actos sino los sentimientos y las intenciones. Por ejemplo, en el Levítico dice Moisés:

> Si un hombre comete adulterio con la mujer de su prójimo, el adúltero y la adúltera indefectiblemente serán muertos.[8]

Pero Cristo agrega:

> Oísteis que fue dicho: «No cometerás adulterio.» Pero yo os digo que cualquiera que mira a una mujer para codiciarla, ya adulteró con ella en su corazón.[9]
>
> Por tanto, si tu ojo derecho te es ocasión de caer, sácalo y échalo de ti, pues mejor te es que se pierda uno de tus miembros, y no que todo tu cuerpo sea arrojado al infierno.[30] Y si tu mano derecha te es ocasión de caer, córtala y échala de ti, pues mejor te es que se pierda uno de tus miembros, y no que todo tu cuerpo sea arrojado al infierno.[10]

¡Después de estos versículos no podemos seguir diciendo que «no se pierde nada»!

La diferencia no influye en el resultado de la Apuesta en el sentido de su tercera forma definitiva, pero sí en los consejos que da Pascal al que no puede creer. Y en la segunda forma, cuando habla de apostar por una vida contra dos o tres, se refiere a que cualquier renuncia al placer o cualquier sufrimiento en el Siglo son incomparablemente menores a la felicidad eterna. El propio Cristo eligió, según la Biblia, el dolor, el escarnio, la tortura y la muerte, a cambio de estar por la eternidad sentado a la diestra de Dios Padre Todopoderoso y adorado por el universo.

---

5 Mt 5:12
6 Mt 23:13
7 Mt 23:33
8 Lv 20:10
9 Mt 5:27
10 Mt 5:29,30

La observación que yo encuentro más interesante frente al problema es la que refiere Cicerón en *De natura deorum*: lo importante no es resolver solamente si los dioses existen o no, sino si en realidad a ellos *les importa* lo que hacemos los seres humanos:

> …la mayor parte de los filósofos ha dicho que existen los dioses, (…) pero Protágoras dijo que él personalmente lo dudaba, mientras que Diágoras de Melos y Teodoro de Cirene sostuvieron que no había dioses en absoluto. (…) pero, en cuanto a la cuestión que viene a encerrar prácticamente todo el meollo de la discusión, el saber si los dioses están completamente ociosos e inactivos, sin tomar parte alguna en la dirección y gobierno del mundo, o si, por el contrario, todas las cosas fueron creadas y ordenadas por ellos en un comienzo, y son controladas y conservadas en movimiento por ellos a través de toda la eternidad, es ahí donde se encuentra la máxima discrepancia; y, mientras no se llegue a una conclusión en este punto, los hombres habrán de continuar moviéndose en medio de la más honda incertidumbre y en medio de la ignorancia de cosas de la máxima importancia.

¿De qué valdría que siguiésemos todos los consejos de Pascal, creyendo en Dios o tratando de creer siguiendo todos los rituales y refrenando nuestras pasiones si Él no nos está *atendiendo*?

7 El problema moral

> *…esas «loterías» fracasaron. Su virtud moral era nula. No se dirigían a todas las facultades del hombre: únicamente a su esperanza.* J. L. Borges

Aun admitiendo que la racionalidad prescribe apostar por Dios, ello no significa necesariamente que «racionalidad mata moral» («mata» en el sentido de un juego de cartas) y por lo tanto no se sigue que usted *deba* apostar por Dios.

Varios autores sugieren que la moralidad requiere apostar contra Dios si uno no cree, porque intentar creer significaría corromperse. Escribe Cicerón:

> ¿Qué cosa hay tan temeraria y tan indigna de la dignidad y seriedad del sabio como el sostener una opinión falsa o defender sin ninguna vacilación una cosa que no se basa en un detenido examen, comprensión y conocimiento?

Voltaire protesta que hay algo extremadamente impropio en toda la Apuesta. Sugiere que el llamado al interés que hace Pascal es indigno de la gravedad del asunto de la creencia teísta.

Sostiene Russell:

> Si algo es verdad, es verdad y si no lo es, no lo es. Si es verdad debes creerlo y si no, no debes creerlo; y si no sabes si es verdad o no, deberías suspender el juicio. Me parece profundamente deshonesto, y dañino para la integridad intelectual creer en algo sólo porque te beneficia y no porque pienses que es verdad.

8 Objeciones a la Apuesta de Pascal

Voy a analizar algunas objeciones a la Apuesta de Pascal. Estas objeciones han sido hechas tanto a las premisas como a la validez del argumento.

8-1. Premisa 1: El esquema de decisiones.

a) La utilidad de la salvación no puede ser infinita. Podría ser que la noción de utilidad infinita tenga sentido, pero una recompensa infinita sólo podría ser apreciada en forma finita por un ser humano.

b) Otros críticos de la Apuesta, lejos de objetar las utilidades infinitas, quieren ver más infinitos en el esquema. Por ejemplo, podría pensarse que apostar contra un dios existente resultara en utilidad infinita negativa. (Algunos autores leen al propio Pascal diciendo esto)

c) El esquema debería tener más filas. Quizás hay más de una manera de apostar por Dios, y las recompensas que Dios adjudica varían. Por ejemplo: Dios podría no recompensar infinitamente a todos los que se esfuerzan en creer en Él solamente por las razones pragmáticas que da Pascal sino discriminar entre el creer basado en la fe y el creer basado en razones y dar diferentes recompensas para cada caso.

	Dios existe	*Dios no existe*
Apuesta por Dios con fe	*Gana todo*	*Status quo*
Apuesta por Dios con voluntad	*A*	*Status quo*
Apuesta contra Dios	*Pierde todo*	*Status quo*

En este caso, A representa un premio menor a infinito o al paraíso, pero mayor al infinito negativo o infierno. Y así, las filas que se quieran.

a) El esquema debería tener más columnas. Supongamos que el Dios que «existe» o «no existe» es el dios católico. La objeción podría ser que la racionalidad requiere creer en varias hipótesis teístas incompatibles. Como apunta Diderot en 1746: «Un Imán podría razonar exactamente igual». Por ejemplo:

	Jehovah existe	***Alá existe***	***Odín existe***		
Apuesta por Jehovah	Gana todo	Pierde todo	Pierde todo		
Apuesta por Alá	Pierde todo	Gana todo	Pierde		

			todo		

Y así se podrían agregar tantas columnas como se quiera.

8-2. Premisa 2: La probabilidad asignada a la existencia de Dios.

a) Probabilidad indefinida para la existencia de Dios. La premisa 1 supone que usted tiene que *tener* una probabilidad para la existencia de Dios. Sin embargo, usted puede racionalmente *fallar* al asignarle una probabilidad, su probabilidad de que Dios exista puede quedar *indefinida*. Pero dice el propio texto de Pascal: «La razón no decide nada aquí. Hay un caos infinito que nos separa. Un juego se está jugando en las extremidades de esta distancia infinita donde aparecerán cara o cruz.» Asignar cualquier probabilidad —incluso ½— a la existencia de Dios, es fingir tener una evidencia de la que uno carece totalmente. Aunque sepamos que una moneda es fiel, esta moneda metafórica está infinitamente lejos de nosotros y por lo tanto nos es completamente desconocida. Quizás la racionalidad requiere de nosotros que no asignemos probabilidades a la existencia de Dios (En cuyo caso al menos el Argumento de la superdominancia sería aparentemente válido.) O quizás la racionalidad no lo requiere pero sí lo *permite*. En cualquier caso, la Apuesta no pierde fundamento.

b) Probabilidad cero para la existencia de Dios. Los ateos pueden insistir en la racionalidad de una asignación de probabilidad cero. Por ejemplo, pueden sostener que solamente la razón *puede* decidir que Dios no existe, quizás argumentando que la misma noción de un ser omnisciente, omnipotente, omnibenevolente es contradictoria. O un bayesiano puede sostener que la racionalidad no restringe los juicios probabilísticos más allá de la coherencia (o conformidad con el cálculo de probabilidades). Entonces si los ateos asignan probabilidad 1 a la no-existencia de Dios junto a su asignación de probabilidad 0 a la existencia de Dios, no se ha violado ninguna norma de la racionalidad.

Por otra parte, una asignación de p = 0 bloquearía claramente la ruta hacia la conclusión de Pascal. El cálculo esperado sería el siguiente:

E(apuesta por Dios) = $\infty\times 0 + f_1\times(1 - 0) = f_1$

E(apuesta contra Dios) = $f_2\times 0 + f_3\times(1 - 0) = f_3$

Y nada en este argumento implica que $f_1 > f_3$. En suma, la Apuesta de Pascal no tiene ningún efecto en los ateos.

8-3. Premisa 3: La racionalidad requiere maximizar las utilidades esperadas. La paradoja de San Petersburgo

Se ha cuestionado la asunción de Pascal de que la racionalidad requiere que realicemos el acto de máxima utilidad esperada, si es que hay alguno. Quizás esto es una verdad analítica, en cuyo caso podemos confiar en Pascal sin discusiones, hasta se podría decir que es *constitutivo* a la racionalidad maximizar las expectativas. Pero esta premisa se encontró con serias objeciones:

La paradoja de San Petersburgo es particularmente apropiada acá, ya que supone absurdo que uno se prepare a pagar una cantidad finita para jugar a un juego con expectativas infinitas.

Un artículo de Euler, escrito en latín bajo el título *Vera Aestimatio Sortis in Ludis* (La correcta estimación del riesgo en un juego) evalúa el riesgo en un juego de azar, tomando en consideración no sólo la ganancia monetaria sino el beneficio efectivo de cada premio. A tales consideraciones, que rozan el terreno de la valoración moral, Euler y muchos otros científicos dieron lugar a lo que hoy se conoce como Teoría de la Utilidad

La Paradoja de San Petersburgo consiste en un juego de azar muy simple: Se comienza con un «pozo» de dos (digamos) pesos. Se lanza una moneda al aire: si sale cruz, yo doblo la cantidad que hay en el pozo; si sale cara, usted se lleva el pozo disponible en ese momento. Es decir, si la primera tirada es cara, usted gana 2 pesos, si la primera tirada es cruz y la segunda cara, gana 4 pesos y si la primera cara sale en la tirada n-ésima gana 2n pesos. Obviamente, lo que a usted más le conviene es que salga cara lo más tarde posible. En cualquier caso, usted gana siempre algo de dinero, por lo que es justo que yo le cobre alguna cantidad o cuota para permitirle participar en el juego. La pregunta que se hizo Bernoulli, y que en cierto modo sigue sin resolverse, es: ¿cuál es la cuota de entrada que se debería cobrar para que el juego sea justo?

Para cualquier sorteo «normal», la cuota de entrada justa es igual al valor medio de la ganancia. Así ocurre en la ruleta de un casino si no contemplamos la posibilidad de que salga el cero (que es el sesgo necesario para asegurar a la casa una ganancia sistemática): la apuesta a rojo, negro, par, impar, se paga doble, porque la probabilidad de ganar es 1/2; el premio de la apuesta a un único número es 36 veces dicha apuesta, porque la probabilidad de ganar es 1/36. En ambos casos, la ganancia neta media pP – a, siendo a la apuesta, P el premio y p la probabilidad de ganarlo, es nula: la cuota de entrada a en el juego es siempre igual al valor medio del premio pP.

Si aplicamos este criterio al juego de San Petersburgo, nos encontramos con un serio problema. La probabilidad de que la primera cara salga en la tirada n-ésima es ½ n, ya que, para que esto ocurra, debe salir cruz en las n–1 primeras tiradas y cara en la siguiente. En este caso, la ganancia es 2n . El valor medio de la ganancia es entonces:

(G) = 2 x ½ + 4 x ¼ + 8 x 1/8 + …

Que es claramente infinito. Por lo tanto, la cuota de entrada debería ser infinita. En otras palabras, si yo le ofrezco entrar en el juego con una cuota de, digamos, un millón de pesos, usted debería aceptar, porque la ganancia media en el juego, que es infinita, supera esa y cualquier otra cantidad. Sin embargo, nadie en su sano juicio aceptaría semejante trato. Esta es la paradoja de San Petersburgo: el sentido común nos dice que el valor medio de la ganancia no determina la cuota de entrada aceptable. ¿Cómo determinamos entonces la cuota? El problema fundamental del juego de San Petersburgo es que proporciona premios muy cuantiosos con probabilidad extremadamente pequeña. Por ejemplo, si la primera cara aparece en la tirada décima, la ganancia es de 1024 pesos, y esto ocurre con una probabilidad de 1 entre 1024. Las ganancias crecen exponencialmente mientras que las probabilidades decrecen también exponencialmente. Esta paradoja tiene muchos puntos de contacto con la Apuesta de Pascal.

También podríamos distinguir entre racionalidad práctica y racionalidad teórica. Uno puede conceder que la racionalidad práctica requiere que usted maximice la utilidad esperada, mientras insiste en que la racionalidad teórica puede requerir algo más de usted —digamos, creencia proporcional a la cantidad de evidencia disponible. Esta objeción es especialmente relevante ya que Pascal admite que quizás usted «deba renunciar a la razón» para seguir su consejo. Pero cuando estos dos extremos de la racionalidad tiran hacia direcciones opuestas, como aparentemente ocurre en este caso, no resulta obvio que la razón práctica deba predominar.

8-4 ¿Es válido el argumento?

Varios autores que fueron en otros puntos contrarios a la Apuesta, conceden explícitamente que el argumento es válido. Sobre todo Hacking, quien concuerda con Pascal en que apostar por Dios es racionalmente obligatorio según el esquema de decisiones de Pascal junto a la probabilidad positiva para la existencia de Dios.

Sin embargo, Hájek sostiene que el argumento es inválido. Su punto es que existen estrategias que además de apostar por Dios, también tienen expectativas infinitas. Por ejemplo, estrategias mixtas, en las que usted no apuesta por o contra Dios directamente sino que elige cuál de esas acciones realizar basado en el resultado de algún dispositivo aleatorio. Considere la estrategia mixta: Tire una moneda fiel: Cara: usted apuesta contra Dios; cruz: usted apuesta por Dios. Según Pascal, con probabilidad ½, la expectativa de la probabilidad total es:

$$1/2\times\infty + 1/2[f_2\times p + f_3\times(1 - p)] = \infty$$

Es decir, la estrategia de la «tirada de moneda» tiene la misma expectativa que apostar directamente por Dios. Cualquier estrategia mixta que dé probabilidad positiva y finita a apostar por Dios tendrá igualmente expectativa infinita: «apostar por Dios si un dado fiel cae en 6», «apostar por Dios si su boleto gana la lotería», y así sucesivamente.

Incluso *cualquier cosa* que se haga puede ser vista como una estrategia mixta entre apostar por Dios y apostar contra Dios, con probabilidades iguales para los dos. Supongamos que usted decide ignorar la Apuesta. Igual, usted puede asignar probabilidad positiva y finita a su apuesta por Dios. De modo que ignorar la Apuesta tiene las mismas expectativas que apostar por Dios. Todavía peor: supongamos que usted concentra toda su energía en *evitar* creer en Dios. Sin embargo, usted puede asignar probabilidad positiva y finita a fallar en sus esfuerzos, con el resultado de que usted está apostando por Dios. En ese caso, su expectativa es nuevamente infinita. Por lo tanto, si la racionalidad requiere que usted realice el acto de máxima utilidad esperada, cuando existe uno, acá no existe ninguno. Cualquier infierno está perdido: ¡Cualquier cosa que usted pueda hacer es máximamente bueno!

Hay un interesante ping-pong de argumentos entre Robertson y Monton (que promete continuar) con respecto a las estrategias mixtas:

Monton, en 2011, defiende la Apuesta contra esta línea de objeciones: Argumenta que un ateo o un agnóstico tiene más de una oportunidad para seguir una estrategia mixta. Volviendo al primer ejemplo, supongamos que la moneda fiel cae en cara. Morton dice que su utilidad esperada ahora cambia; ya no es infinita, sino la de un ateo o agnóstico que no tiene perspectivas de la infinita recompensa por creer en Dios. Usted está de vuelta donde empezó. Pero si era racional seguir la estrategia mixta la primera vez, es racional seguirla de nuevo ahora, o sea, volver a tirar la moneda. Y si vuelve a salir cara, es racional volver a tirarla… Con probabilidad 1, en algún momento la moneda caerá en cruz, y desde ese momento, usted va a estar apostando por Dios.

Hay otra vuelta de tuerca en la objeción de las estrategias mixtas: La objeción es que, incluso aceptando la verdad de todas las premisas de Pascal, igual apostar por Dios no es requerido por la racionalidad. Pero hemos visto muchas razones para *no* aceptar estas premisas. Muy bien, no las aceptemos. Supongamos que hay una pequeñísima probabilidad p de que sean todas verdaderas, donde p es positiva y finita. Entonces usted asigna la probabilidad p a su problema de decisión exactamente como Pascal lo reclama. Si es así, de acuerdo a la objeción de las estrategias mixtas, el infierno se cae a pedazos. Otra vez, p multiplicada por infinito da infinito. Así, cualquier acción que tenga expectativa infinita de utilidades para Pascal, también las tiene para usted; pero de acuerdo al razonamiento previo, es todo lo que usted puede hacer. La fuerza de la objeción que golpea a Pascal, ahora lo golpea también a usted.

Pero hay una última sutileza: si usted asigna probabilidad positiva y finita a una fuente de utilidad infinita *negativa*, entonces las utilidades esperadas se vuelven $\infty - \infty$, lo cual no está definido. Se pierde el infierno porque en ese caso, usted no puede evaluar si vale la pena la elección de sus posibles acciones. En cualquier caso, usted experimentará una parálisis de su decisión teórica.

Podemos llamar a esto *La venganza de Pascal*.

9 Bibliografía

A.A.V.V.Sagrada Biblia, (versión «Torres Amat») Editorial Apostolado de la prensa S. A. Madrid, 1960.

Biblia Reina Valera 1995. Versión electrónica disponible en: http://www.biblegateway.com/versions/?action=getVersionInfo&vid=61

Borges, J. L. «La lotería en Babilonia» en: *Ficciones* Emecé. Buenos Aires, 1956

Campos, A. Laplace: «Ensayo filosófico sobre las probabilidades». *Revista Colombiana de Estadística*. Vol. 27 No 2 Pp 153-177 Diciembre 2004

Cicerón, M. T. *Sobre la naturaleza de los dioses*. Gredos. Madrid, 2005

Easwaran, K and Monton, B. *Mixed strategies, uncountable times, and Pascal's Wager: a reply to Robertson Analysis*, 72: Pp 681-685. 2012

Hacking, I. «The logic of Pascal's Wager». *American Philosophical Quarterly* Volume 9, Number 32, April 1972

La domesticación del azar Gedisa. Barcelona, 1992

Hájek, A. «Pascal's Wager», *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2012 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2012/entries/pascal-wager/>.

«Waging War on Pascal's Wager», *Philosophical Review*, 112(1): 27–56. 2003

Jordan, J.«The Many Gods Objection», Pp 101–113. In Jordan, Jeff: (ed.): *Gambling on God: Essays on Pascal's Wager,* Lanham, MD: Rowman & Littlefield, 1994

Monton, B. *Mixed Strategies Can't Evade Pascal's Wager. Analysis*, 71: Pp 642-645. 2011

Parrondo, J. M. R. «Sortis in Ludis: De la Paradoja de San Petersburgo a la Teoría de la Utilidad». Conferencia dictada en la Facultad de Matemáticas y Estadística, Universidad Politécnica de Cataluña, en el *Curso Euler*. 14.02.2007 Disponible en: http://www.fme.upc.edu/arxius/butlleti-digital/euler/070214_conferencia_parrondo.pdf

Pascal, B. *Pensamientos.* Biblioteca virtual Miguel de Cervantes Edición digital basada en la edición de Madrid, Espasa Calpe, 1940.

Robertson, S. *Some mixed strategies can evade Pascal's Wager: a reply to Monton. Analysis*, 72: Pp 295-298. 2012

Saka, P. «Pascal's Wager about God». The Internet Encyclopedia of Philosophy, *2005.* URL= http://www.iep.utm.edu/pasc-wag/